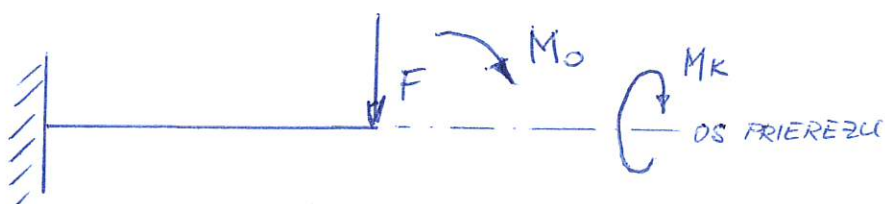


PREDMET : TECHNICKÁ MECHANIKA

TRIEDA : 2. NŠS

TÉMA : NAMÁHANIE NA OHYB I. ČASŤ

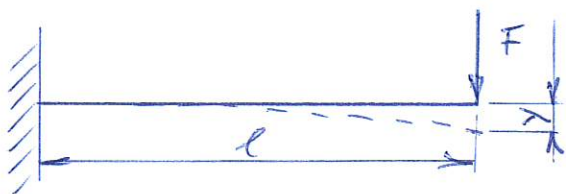
PRIEREZ SÚČASTKY JE NAMÁHANÝ NA OHYB, AK ZATAŽUJÚCA SILA (SILY), SPÔSOBUJÚCE OHYBOVÝ MOMENT M_o LEŽÍ V ROVINE OSI PRIEREZU (PRI KRÚTENÍ JE KRÚTACI MOMENT M_k KOLMÝ NA OS PRIEREZU).



NA OHYB SÚ NAMÁHANÉ NOSNÍKY - TELESÁ S PREVLÁDANÚCIM DĹŽKOVÝM ROZMEROM (TYČE, ČAPY, HRIADELE ...).

ROZoznÁVAME 2 DRUHÝ ULOŽENIA NOSNÍKOV: (viď. učivo TEM 1. RČ.)

1. VOŤKNUTÝ NOSNÍK :



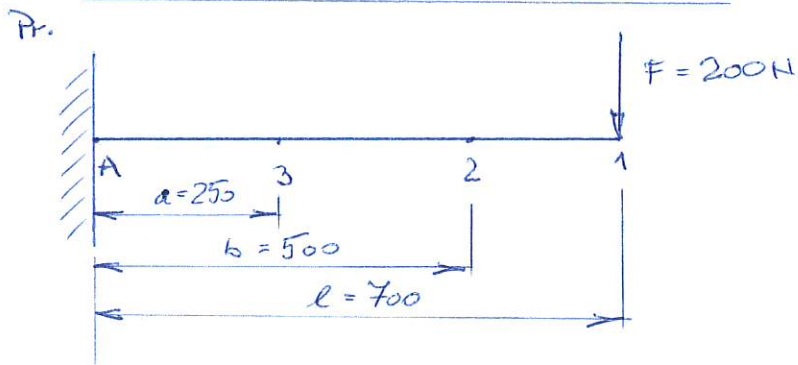
SILA F SPÔSOBUJE MAX. OHYBOVÝ MOMENT V MIESTE VOŤKNUTIA,

$$M_{\text{max}} = F \cdot l \text{ [Hmm]}$$

V MIESTE PÔSOBEKIA SILY VZNIKÁ DEFORMÁCIA NOSNÍKA -
- PRIEHYB y [mm]

VEĽKOSŤ OHYBOVÉHO MOMENTU M_o PO DĹŽKE NOSNÍKA NIE JE KONŠTANTNÁ, V MIESTE PÔSOBEKIA SILY F JE $M_o = 0$ A K MIESTU VOŤKNUTIA SA PRIAMOÚMERNE ZRÝŠUJE NA MAX. HODNOTU $M_{\text{max}} = F \cdot l$

PRIEBEH OHYBOVÉHO MOMENTU :

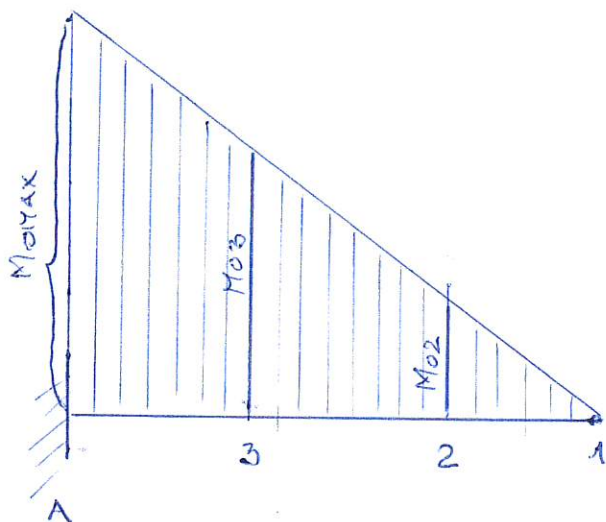


VÝPOČET OHYBOVÝCH MOMENTOV : V BODE 1: $M_{01} = F \cdot 0 = 0 \text{ Nm}$

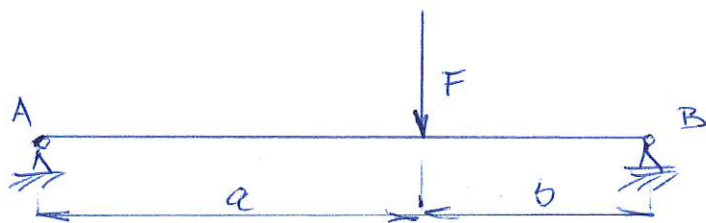
2: $M_{02} = F \cdot (l - b) = 200 \cdot (700 - 500)$
 $M_{02} = 4000 \text{ Nm}$

3: $M_{03} = F \cdot (l - a) = 200 \cdot (700 - 250)$
 $M_{03} = 9000 \text{ Nm}$

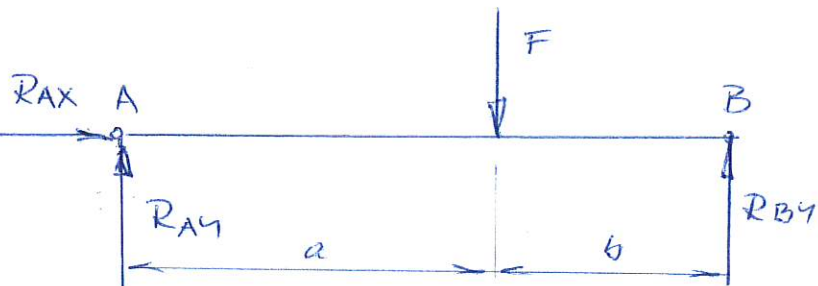
A: $M_{0A} = F \cdot l = 200 \cdot 700 = 14000 \text{ Nm}$
 $M_{0A} = M_{\text{MAX}}$



② NOSNÍK ULOŽENÝ NA KÚBE A POSUVNOM LŮŽKU :



NOSNÍK UVOĽNÍME :



VÝPOČET REAKCIÍ ULOŽENIA
(VÄZB. SÍL) - TEM 1. ROČ.

PODMIENKY STAT. ROVNOVÁHY :

1. $\sum F_{ix} = 0 \dots R_{Ax} = 0$

2. $\sum F_{iy} = 0 \dots +R_{Ay} - F + R_{By} = 0$

3. $\sum M_{iA} = 0 \dots +M_{R_{By}A} - M_{FA} = 0$
 $+R_{By} \cdot (a+b) - F \cdot a = 0$

$$R_{By} = \frac{F \cdot a}{a+b}$$

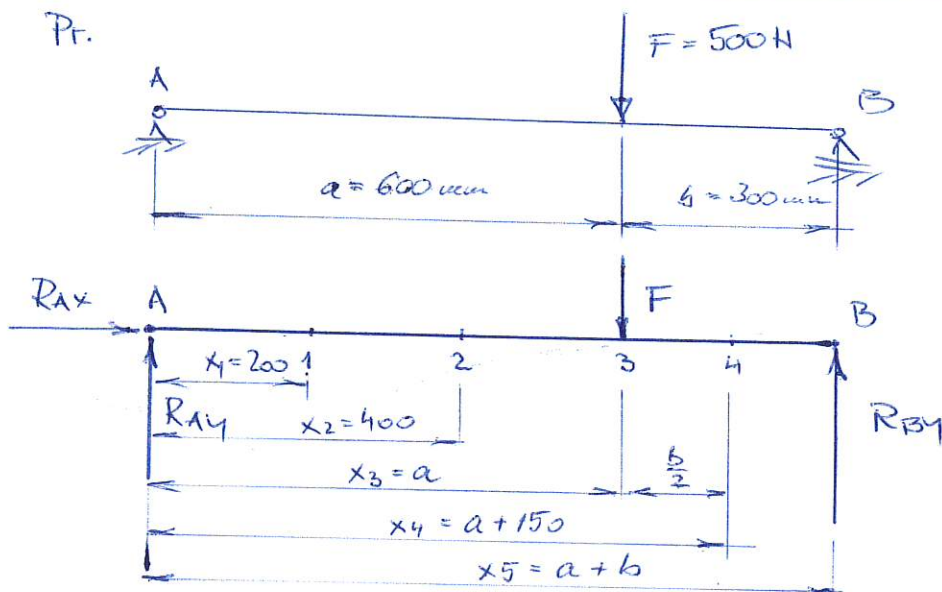
$$R_{Ay} = +F - R_{By}$$

V MIESTACH ULOŽENIA NOSNÍKA (A-LIĽ, B-posuvné ložko) SÚ OHYBOVÉ MOMENTY KIVLOVÉ (viď. podmienky STAT. ROVNOVÁHY)
A NAJVÄČŠÍ M_0 JE V MIESTE PÔSOBNIA ZATÄŽUJÚCEJ SILY F :

$$M_{0\max} = R_{Ay} \cdot a \quad \text{alebo} \quad M_{0\max} = R_{By} \cdot b$$

PRIEBEH OHYBOVÝCH MOMENTOV NA NOSNÍKU:

Pt.



VÝPOČET VÄZB. SIL:

$$R_{Ax} = 0$$

$$R_{By} = \frac{F \cdot a}{a + b} = 333,3 \text{ N}$$

$$R_{Ay} = F - R_{By} = 166,7 \text{ N}$$

VÝPOČET OHYBOVÝCH MOMENTOV:

V BODE A: $M_{0A} = 0$

1: $M_{01} = R_{Ay} \cdot x_1 = 166,7 \cdot 200 = 33\,340 \text{ Nmm}$

2: $M_{02} = R_{Ay} \cdot x_2 = 166,7 \cdot 400 = 66\,680 \text{ Nmm}$

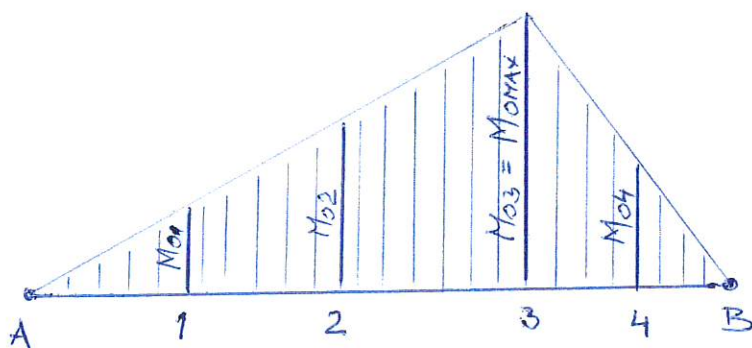
3: $M_{03} = R_{Ay} \cdot x_3 = 166,7 \cdot 600 = 100\,020 \text{ Nmm} = M_{0\max} !$

4: $M_{04} = R_{Ay} \cdot x_4 - F \cdot \frac{b}{2} = 125\,025 - 75\,000 = 50\,025 \text{ Nmm}$

B: $M_{0B} = R_{Ay} \cdot x_5 - F \cdot b = 166,7 \cdot 900 - 500 \cdot 300 = 0 \text{ Nmm}$

→ VÝPOČTU M_0 VYPLÝVA, ŽE MAX. OHYB. MOMENT JE V BODE 3. (v mieste F)

PRIEBEH OHYB. MOMENTOV:



OHYBOVÉ NAPÄTIE σ_0

OHYBOVÉ MOMENTY V JEDNOTLIVÝCH PRIEREZOCH PO DĹŽKE NOSNÍKA SPOSOBUJÚ NORMÁLOVÉ OHYBOVÉ NAPÄTIA σ_0 :

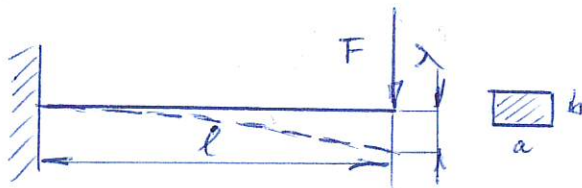
VÝPOČET OHYB. NAPÄTIA:

$$\sigma_0 = \frac{M_0}{W_0} \quad [\text{MPa}] \quad \begin{array}{l} M_0 - \text{OHYB. MOMENT} [\text{N}\cdot\text{mm}] \\ W_0 - \text{MODUL PRIEREZU V OHYBE} [\text{mm}^3] \end{array}$$

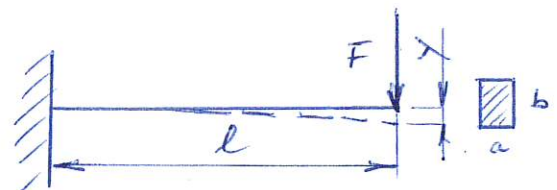
MODUL PRIEREZU V OHYBE W_0 :

JE TO VEĽKOSŤ, VYJADRUJÚCA SCHOPNOSŤ NOSNÍKA ODPOROVAŤ OHYBOVÉMU MOMENTU, JEJ VEĽKOSŤ ZÁVISÍ NIELEN OD ROZMEROV PRIEREZU NOSNÍKA, ALE AJ OD POLOHY PRIEREZU VOČI OHYB. MOMENTU

NAPR.



y - prieťah nosníka VEĽKÝ



y - prieťah nosníka MALÝ

VÝPOČET MODULU PRIEREZU V OHYBE W_0 :

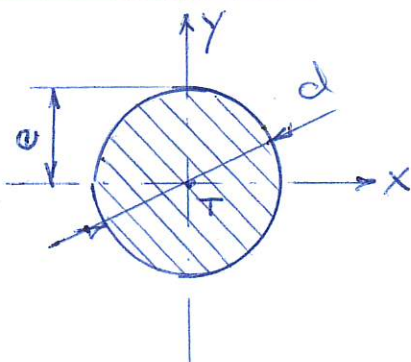
$$W_0 = \frac{J_x}{e}$$

W_0 - MODUL PRIEREZU V OHYBE $[\text{mm}^3]$

J_x - KVADRATICKÝ MOMENT PLOCHY PRIEREZU K OSI X $[\text{mm}^4]$

e - VZDIALENOSŤ KRAJNÉHO VLÁKNIA PRIEREZU OD ŤAŽISKA PRIEREZU $[\text{mm}]$

1. KRUHOVÝ PRIEREZ:



T - ŤAŽISKO PLOCHY PRIEREZU

d - priemer $[\text{mm}]$

e - vzdialenosť krajného vlákna $[\text{mm}]$

Kvadratický moment:

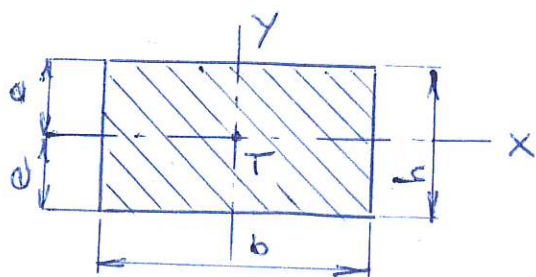
$$J_x = J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64} \quad [\text{mm}^4]$$

Modul prierezu v ohybe:

$$W_{0x} = \frac{J_x}{e} = \frac{\frac{\pi \cdot d^4}{64}}{\frac{d}{2}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \underline{\underline{0,1d^3}} \quad [\text{mm}^3]$$

$$W_{0x} = W_{0y}$$

2. OBDELŇKOVÝ PRIEREZ :



b - šírka prierezu [mm]

h - výška prierezu [mm]

T - ťažisko

e - vzdialenosť krajného vlákna od ťažiska

$$e = \frac{h}{2}$$

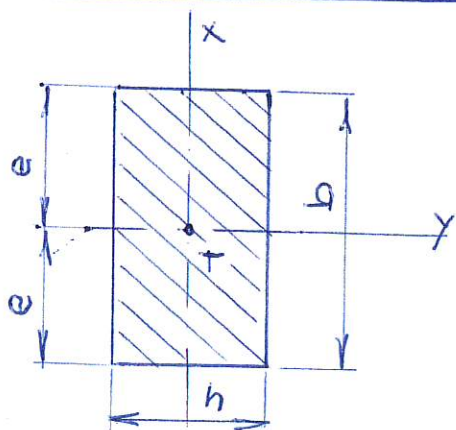
Kvadratický moment k osi x :

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad [\text{mm}^4]$$

Modul prierezu v ohybe k osi x :

$$! \quad W_{ox} = \frac{J_x}{e} = \frac{\frac{b \cdot h^3}{12}}{\frac{h}{2}} = \frac{b \cdot h^2}{6} \quad [\text{mm}^3]$$

3. OBDELŇKOVÝ PRIEREZ : (OHÝBANÝ OKOLO OSI y)



h - šírka prierezu [mm]

b - výška prierezu [mm]

T - ťažisko

e - vzdialenosť krajného vlákna od ťažiska

$$e = \frac{b}{2}$$

Kvadratický moment k osi y :

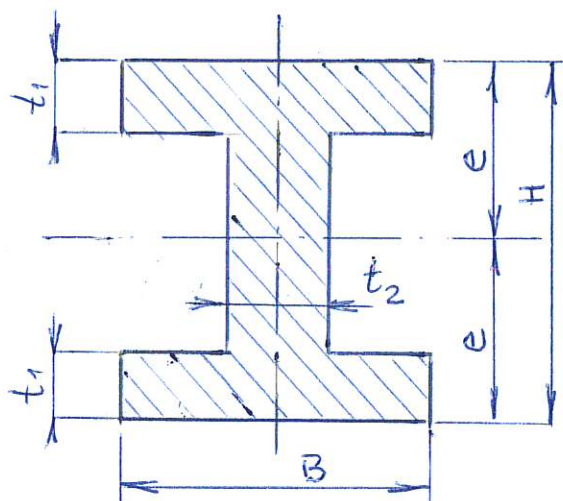
$$J_y = \frac{h \cdot b^3}{12} \quad [\text{mm}^4]$$

Modul prierezu v ohybe k osi y :

$$! \quad W_{oy} = \frac{J_y}{e} = \frac{\frac{h \cdot b^3}{12}}{\frac{b}{2}} = \frac{h \cdot b^2}{6} \quad [\text{mm}^3]$$

4. ZLOŽENÁ PLOCHA PRIEREZU :

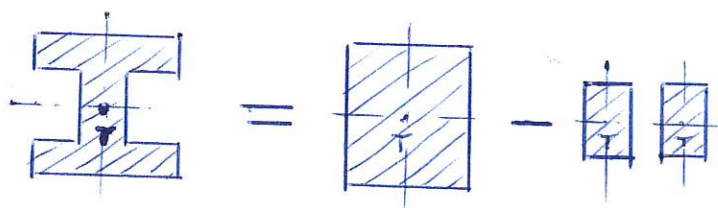
Napríklad I PRIEREZ



VEĽA : SČÍTANÍM (ODČÍTANÍM) KVADRATICKÝCH MOMENTOV J_x ČASTÍ ZLOŽENEJ PLOCHY DOSTÁVAME J_x CELEJ ZLOŽENEJ PLOCHY !

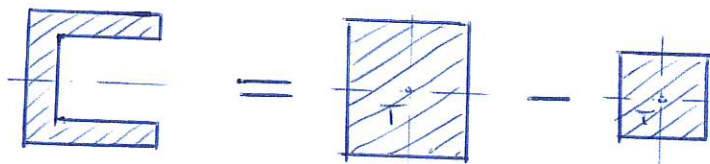
NAPR :

I PROFIL :



$$J_{xI} = J_{x\Box} - J_{x\Box\Box}$$

U PROFIL :

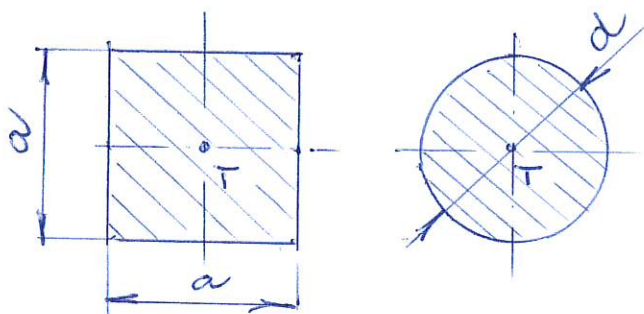


$$J_{xU} = J_{x\Box} - J_{x\Box}$$

! Ťažiská častí ploch ležia na osi x

PŘÍKLADY:

1. VYPOČÍTAJTE KVADRATICKÝ MOMENT PŘÍREZU J_x A MODUL PŘÍREZU V OHYBE PRO OBDĚLNÍKOVÝ PŘÍREZ $h=100\text{ mm}$, $b=50\text{ mm}$.
2. VYPOČÍTAJTE J_x A W_o PRO ŠTŮROCOVÝ PŘÍREZ $a=35\text{ mm}$.
3. VYPOČÍTAJTE J_x A W_o PRO MEDZIKRUHOVÝ PŘÍREZ $D=100\text{ mm}$, $d=60\text{ mm}$.
4. POROVNAJTE VEĚKOSTI J_x A W_o ŠTŮROCOVÉHO A KRUHOVÉHO PŘÍREZU, AK: $a=d=25\text{ mm}$



5. ZO STROJNICKÝCH TABULIEK VYBERTE HORIZOVANÝ I PŘÍREZ (např. I80, I100, ...)
VYPOČÍTAJTE J_{x_I} A W_{oI} .

PREDMET : TECHNICKÁ MECHANIKA

TRIEDA : 2. HŠS

TÉMA : NAMÁHANIE NA OHYB II. ČASŤ

VÝPOČET MAXIMÁLNEHO NAPÄTIA V OHYBE σ_{OMAX} :

$$\sigma_{\text{OMAX}} = \frac{M_{\text{OMAX}}}{W_0} \quad [\text{MPa}]$$

M_{OMAX} - MAXIMÁLNY OHYBOVÝ MOMENT NA NOSNÍKU $[\text{Nm}]$

W_0 - MODUL PRIEREZU V OHYBE $[\text{mm}^3]$

MAXIMÁLNE NAPÄTIE V OHYBE σ_{OMAX} ZÁVISÍ OD ULOŽENIA NOSNÍKA (VOLNUTÝ, NA EŤBE A POSUV. LOŽEN), OD ZATÁŽENÝCH SIL NA NOSNÍKU A OD TVARU A VEĽKOSTI PRIEREZU NOSNÍKA.

PEVNOSTNÁ PODMIEŇKA PRE NAMÁHANIE V OHYBE

$$\sigma_{\text{OMAX}} \leq \sigma_{\text{D,0}}$$

σ_{OMAX} - MAX. NAPÄTIE V OHYBE $[\text{MPa}]$

$\sigma_{\text{D,0}}$ - DOV. NAPÄTIE V OHYBE $[\text{MPa}]$

MAXIMÁLNE NAPÄTIE V OHYBE NA OHÝBANOM NOSNÍKU MUSÍ BYŤ MENŠIE alebo ROVNÉ HEŽ DOVOLENÉ NAPÄTIE V OHYBE MATERIÁLU NOSNÍKA.

DOVOLENÉ NAPÄTIE V OHYBE: $\sigma_{\text{D,0}}$

ABY V KRAJNÝCH VLÁKNACH NOSNÍKA NEVZNIKALI TRVALÉ DEFORMÁCIE, σ_{OMAX} NESMIE PREKROČIŤ DOVOLENÉ NAPÄTIE V OHYBE $\sigma_{\text{D,0}}$, KTORÉ ZÁVISÍ OD MATERIÁLU NOSNÍKA A ČASOVÉHO PRIEBEHU ZATÁŽENIA NOSNÍKA (statické, miznúce ...).

PRE VÝPOČET $\sigma_{\text{D,0}}$ PLATÍ:

$$\sigma_{\text{D,0}} = \frac{\sigma_{\text{KO}}}{k}$$

σ_{KO} - MEDZA KLZU V OHYBE $[\text{MPa}]$

Pre hützevraté ocele: $\sigma_{\text{KO}} \approx 0,7 \cdot \sigma_{\text{Pt}}$

σ_{Pt} - MEDZA PEVNOSTI $[\text{MPa}]$

k - MIERA BEZPEČNOSTI (1,5 ÷ 2)

ČASOVÝ PRIEBEH ZATÁŽENIA :

AK ZATÁŽUJÚCE SILY, PÔSOBIACE NA HOSŤÁK MAXI. HŤ HEŽ
STATICKÝ PRIEBEH ZATÁŽENIA (mizivci, striedavý, nárazový),
MÁ TO VPLYV NA VEĽKOSŤ DOVOL. NAPÄTIA V OHYBE :

H_{ap} : σ_{D0IIu} - dovolené napätie v ohybe pri mizivom
nárazovom zaťažení.

$$\sigma_{D0IIu} = \frac{2}{3} \cdot k_{II} \cdot \frac{\sigma_{KO}}{k} = \frac{2}{3} \cdot k_{II} \cdot \frac{\sigma_T \cdot \sigma_{Pt}}{k}$$

k_{II} - koef. mizivého zaťaženia
 $k_{II} < 1$

σ_{Pt} - medza pevnosti v ťahu [MPa]
 k - koef. bezpečnosti.

POUŽITIE PEVNOSTNEJ PODMIENKY PRE OHYB :

1. NA KONTROLU DIMENZOVARIA HOSŤÁKA - z vypočítanej hodnoty σ_{max} a vypočítanej hodnoty σ_{D0} zistíme, či kosuť pevnostne vyhovuje, alebo nevyhovuje.

($\sigma_{max} \leq \sigma_{D0}$). Ak nevyhovuje, $\sigma_{max} > \sigma_{D0}$, kosuť je poddimenzovaná, musí sa :

- zmeniť zaťaženie kosuťá
- zmeniť dĺžky kosuťá
- zmeniť prierez a rozmiery prierezu kosuťá.

2. NA VÝPOČET MAXIMÁLNEHO OHYBOVÉHO MOMENTU HOSŤÁKA :

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{D0}$$

$$\frac{M_{max}}{W_0} \leq \sigma_{D0}$$

$$M_{max} \leq \sigma_{D0} \cdot W_0$$

3. NA VÝPOČET MINIMÁLNEHO PRIEREZU HOSTÍKA :

z pevostnej podmienky sa vypočíta W_0 MODUL PRIEREZU HOSTÍKA :

$$\sigma_{0 \max} \leq \sigma_{D,0}$$

$$\frac{M_{0 \max}}{W_0} \leq \sigma_{D,0}$$

$$W_0 \geq \frac{M_{0 \max}}{\sigma_{D,0}}$$

Podľa vypočítaného modulu prierezu v dĺžbe sa z STT zvolí priez a rozmery priezu nosníka.

PRIKLADY : učebnica : TECHNICKÁ MECHANIKA 2. ROČ.

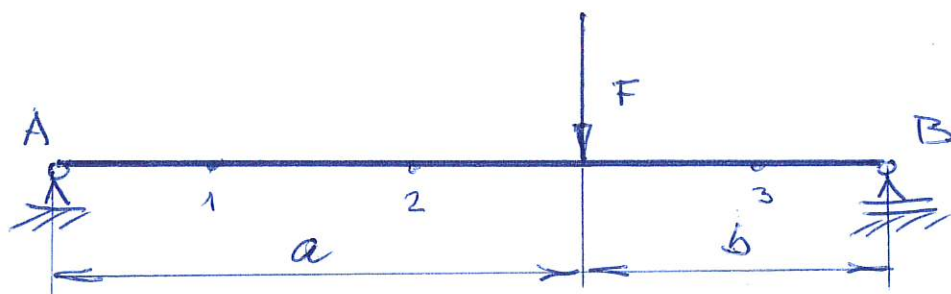
1. PŘÍKLAD: strana 206 , príklad : 5.5-11
PÁKA ZVERÁKA - kontrola dimenzovania.

2. PŘÍKLAD: učebnica : ZBIERKA ÚLOH Z TEM
strana 217 , príklad : V-89 - zistenie
max. napätia nosníka v bodoch 1,2,3.

3. PŘÍKLAD: učebnica : ZBIERKA ÚLOH Z TEM
strana 218 , príklad : V-91 - zistenie
max. napätia nosníka
medzičukového priezu.

ZADANIE č. 5 - NAMÁHANIE NA OHYB

HOSŤÍK (vid. obr.) I PRIEREZU JE ULOŽENÝ NA KLBE
A POSUVNOM LÔŽKU. ZATÁŽENÝ JE SILOU F .



DANÉ HODNOTY : I PRIEREZ (zvoliť z STI normalizovaný
materiál nosníka zvoliť oceľ.
 $F = \dots$ kN zatvárací sila
 $a = \dots$ m rozmery nosníka
 $b = \dots$ m
časový priebeh zatázenia ($\underline{\text{II}}$, $\underline{\text{II}}_n$, $\underline{\text{III}}$, $\underline{\text{III}}_n$)
(zvoliť)

ÚLOHY S TECHNICKÝM POPISOM :

1. UVOĽNITE HOSŤÍK A VYPOČÍTajte VÄZBOVÉ SILY
2. GRAFICKY ZISTITE VÄZBOVÉ SILY (lúčová metóda)
3. NAKRESLITE PRIEBEH OHYBOVÝCH MOMENTOV (mierka) A
VYPOČÍTajte MOMAX
4. VYPOČÍTajte J_x a W_{ox} I PROFILU HOSŤÍKA
5. VYPOČÍTajte DOVOLENÉ NAPÄTIE V OHYBE MATERIÁLU
HOSŤÍKA VZHLÁDOM NA ČASOVÝ PRIEBEH ZATÁŽENIA.
6. SKONTROLUJTE DIMENZOVANIE HOSŤÍKA, AK NEVYHODUJE,
NAVRRHITE RIEŠENIE.